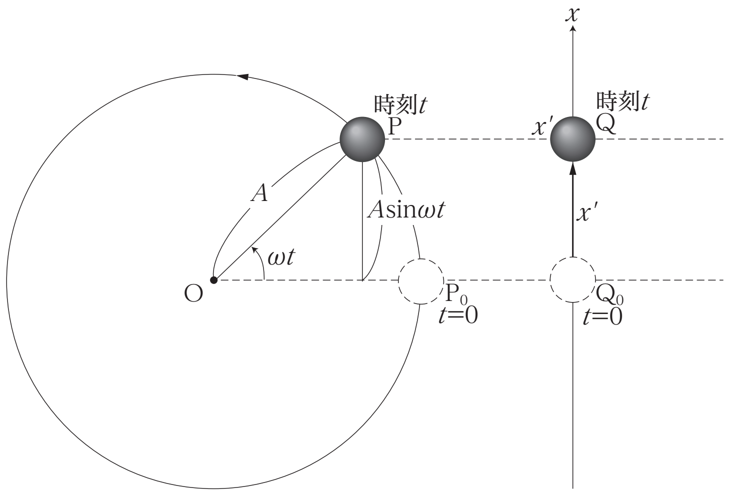
PART2 単振動と三角関数

目標　単振動している物体の，ある時刻での位置を数式で表現できるようにしましょう。

Chapter1　円運動と単振動

円運動と単振動

等速円運動している物体に光を当て，その影をスクリーンに当てると，**物体の影の運動は単振動**となっている。



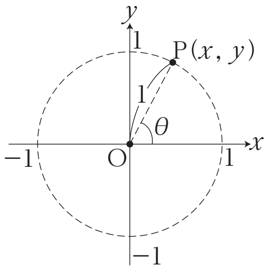
三角関数の定義から，円上の点の座標は三角関数で表現できるので，単振動している物体の位置は，**三角関数**で表せる。

重要

三角関数の定義：
下図のように，xy 平面上で，原点 O を中心とする半径 1 の円を考える。円周上の，一般角 θ の位置での点 P の座標を

$$x = \cos\theta$$
$$y = \sin\theta$$

と書くことにする。



単振動している物体の位置

振幅 A，角振動数 ω で $x = 0$ を中心とする単振動している物体の，ある時刻 t での位置は

____

(x：位置の座標 [m]　A：振幅 [m]　ω：角振動数 [rad/s]　t：時刻 [s])

の形に書ける。なお，この場合の速度は

____

加速度は

____

となる。

重要

三角関数の中に入っている ωt という量を「**位相**」といいます。

覚えておこう

位置を表す式は，必ずしも $\sin\omega t$ となるとは限りません。$\cos\omega t$ を使う場合もあります。初期条件によって判断します。

知っておこう

ここではやりませんが，速度・加速度の式は**三角関数の微分**を用いて，簡単に導けます。

まとめ

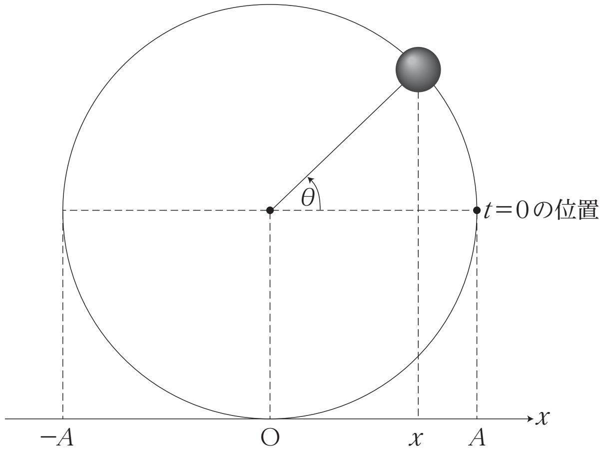
位置：$x = A\sin\omega t$

速度：$v = A\omega\cos\omega t$

加速度：$a = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x$

Chapter2　演習問題

角速度ωで半径Aの等速円運動をしている物体のx座標について考える。回転の方向は図の反時計回りの方向とする。このx座標の運動は単振動となる。$t=0$では$x=A$であったとし，図のように角度θをx軸の正方向から測る。



問1　時刻tでの角度θを求めよ。

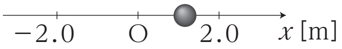
問2　時刻tでの位置xを表す式を求めよ。

問3　速さが最大となる位置のx座標を求めよ。

< Note >

第 5 講　PART2　確認問題

問1　図のように，x 軸上を質量 0.50 kg の小球が点 O を中心に単振動をする。振幅は 2.0 m，周期は 6.0 s であった。



(1)　この単振動の角振動数として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$\dfrac{\pi}{6}$ [rad/s]　　②　$\dfrac{\pi}{3}$ [rad/s]

③　$\dfrac{\pi}{2}$ [rad/s]　　④　$\dfrac{2\pi}{3}$ [rad/s]

(2)　時刻 $t = 0$[s] で点 O を x 軸の正の向きで通過したとき，時刻 t[s] における小球の座標 x[m] を表す式として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$x = 0.50 \sin 6.0t$ [m]

②　$x = 2.0 \sin \dfrac{\pi}{3} t$ [m]

③　$x = 3.0 \sin \dfrac{\pi}{2} t$ [m]

④　$x = 6.0 \sin \dfrac{2\pi}{3} t$ [m]

(3)　時刻 t[s] における小球の速度 v[m/s] を表す式として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$v = 2.0 \sin \dfrac{\pi}{3} t$ [m/s]

②　$v = 2.0 \cos \dfrac{\pi}{3} t$ [m/s]

③　$v = \dfrac{2\pi}{3} \cos \dfrac{\pi}{3} t$ [m/s]

④　$v = 2\pi \cos \dfrac{2\pi}{3} t$ [m/s]

⑷　時刻 t[s]における小球の加速度 a[m/s^2]を表す式として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$a = 2.0\cos\dfrac{\pi}{3}t$ [m/s^2]

②　$a = \dfrac{2\pi}{3}\sin\dfrac{\pi}{3}t$ [m/s^2]

③　$a = \dfrac{2\pi^2}{9}\cos\dfrac{\pi}{3}t$ [m/s^2]

④　$a = -\dfrac{2\pi^2}{9}\sin\dfrac{\pi}{3}t$ [m/s^2]

⑸　小球の速さが最大になる座標として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$x = -2.0$ [m]　　②　$x = 0$ [m]

③　$x = 1.0$ [m]　　④　$x = 2.0$ [m]

⑹　小球が $x = 1.0$ [m] の位置を通過するときの加速度の向きとして最も適当なものを，下の①～③のうちから一つ選べ。

①　x 軸の正方向　　②　加速度は 0 m/s^2

③　x 軸の負方向

第５講　単振動

PART1　単振動

問１　$ma = -kx$

問２　$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

問３　d

PART2　単振動と三角関数

問１　$\theta = \omega t$

問２　$x = A\cos\omega t$

問３　0

PART3　鉛直ばね振り子

問１　$ma = -ky$

問２　$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

問３　d

PART4　単振り子

問１　２倍

問２　１倍

第５講　PART2　確認問題　解答

問１

(1)　②

解説：

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6.0} = \frac{\pi}{3}$$

(2)　②

解説：

$$x = A\sin\omega t = 2.0\sin\frac{\pi}{3}t\,[\mathrm{m}]$$

(3)　③

解説：

$$v = A\omega\cos\omega t = \frac{2\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}t\,[\mathrm{m/s}]$$

(4)　④

解説：

$$a = -A\omega^2\sin\omega t = -\frac{2\pi^2}{9}\sin\frac{\pi}{3}t\,[\mathrm{m/s^2}]$$

(5)　②

解説：

単振動では，振動の中心で速さが最大になる。

(6)　③

解説：

単振動では，常に振動の中心に戻る向きに加速度が生じているので，$x>0$ において加速度は x 軸の負方向。